

Praktyczny projekt kompensatora typu „LAG” do sterowania pozycją anten satelitarnych lub systemów śledzenia satelitów

Jednym z najbardziej interesujących „praktycznych przykładów zastosowania kompensatora typu „lag” (opóźniającego fazę) opisywanym w literaturze jest **sterowanie pozycją anten satelitarnych i systemów śledzenia satelitów (ang. satellite tracking systems)**. W tych układach problemem nie jest szybkość odpowiedzi, lecz wymagany **bardzo mały błąd ustalony przy zachowaniu stabilności**.



Identyfikacja problemu inżynierskiego

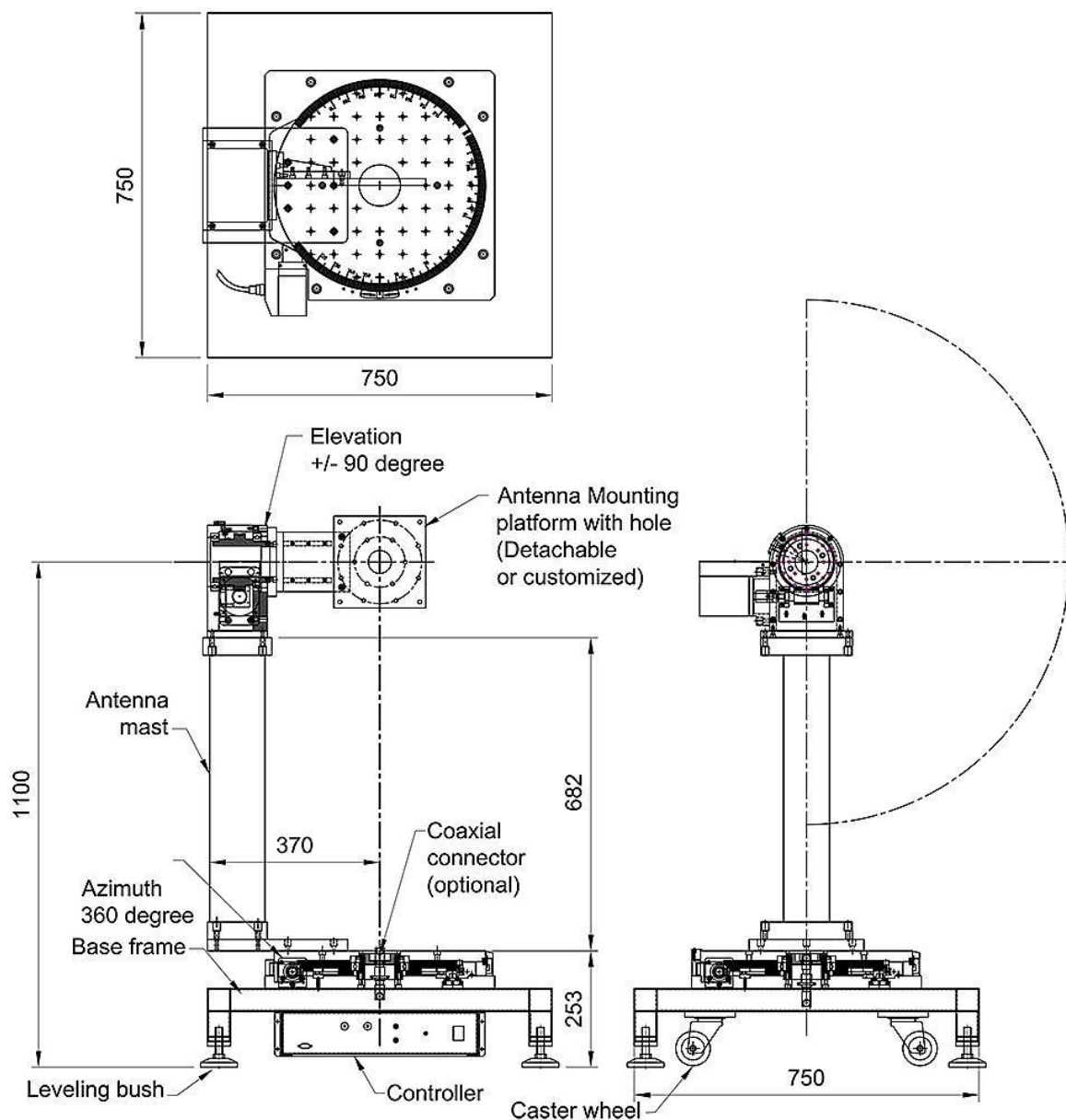
Rozważmy naziemną antenę śledzącą satelity.

Formułujemy wymagania projektowe:

- błąd pozycjonowania:

$$e_{ss} < 0.05^\circ$$

- stabilność układu
- ograniczenie zakłóceń
- brak konieczności wykonywania bardzo szybkich ruchów



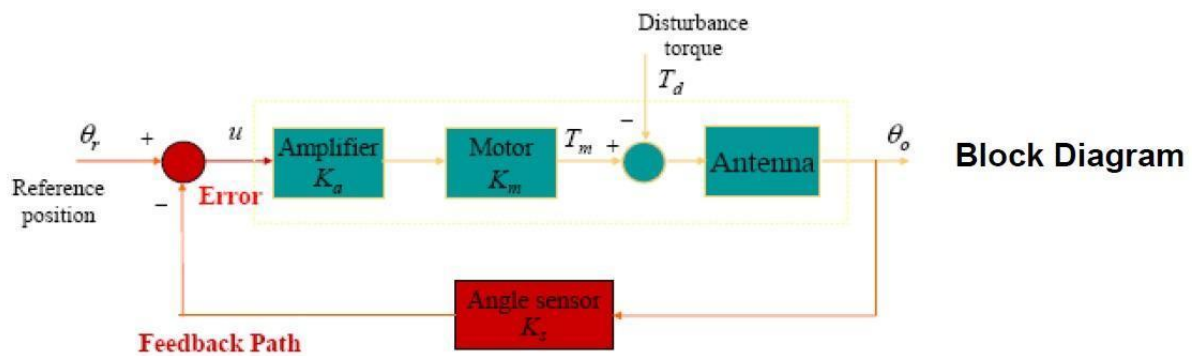
Uproszczony model dynamiki serwomechanizmu:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$

Analiza układu bez kompensacji:

- układ stabilny
- odpowiedź „stosunkowo” poprawna
- błąd ustalony podczas śledzenia satelity zbyt duży
- niewystarczająca dokładność pozycjonowania

Przykładowe wartości wybranych parametrów:



Idea zastosowania kompensatora „Lag” → poprawia dokładność statyczną (zmniejsza błąd ustalony)

Kompensator „lag” zwiększa wzmocnienie dla małych częstotliwości:

- poprawia dokładność śledzenia satelity,
- zmniejsza błąd ustalony,
- tylko nieznacznie wpływa na szybkość odpowiedzi.
-

Parametr	Układ bez kompensacji
Błąd ustalony	8–10%
Zapas fazy	~50°
Czas ustalania odpowiedzi	~1.5 s

Ogólna postać transmitancji operatorowej projektowanego kompensatora:

$$G_c(s) = K \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}, \text{ gdzie } \beta > 1$$

Dobór korzystnych wartości parametrów pracy układu

Założmy konieczność ok. 10-krotnego zwiększenia stałej wzmocnienia statycznego prędkościowego K_v , czyli ok. 10-krotnego zmniejszenia uchybu es_v .

Przyjmujemy odpowiednią wartość parametru β w celu ok. 10-krotnego zmniejszenia uchybu es_v :

$$\beta = 10$$

Przyjmujemy wartość stałej czasowej, żeby zero i biegun kompensatora „LAG” leżały blisko siebie oraz blisko początku układu współrzędnych, natomiast daleko od

biegunów dominujących, determinujących pożądane własności układu (wówczas kompensator „LAG” wprowadza mały kąt, dzięki czemu nie pogarszamy znacząco wskaźników jakości w dziedzinie czasu np. przeregulowania, czy czasu regulacji odpowiedzi):

$$T = 1$$

Otrzymujemy:

$$G_c(s) = \frac{s + 1}{10s + 1}$$

Wyniki dla układu po kompensacji

Parametr	Układ bez kompensatora	Z kompensatorem „lag”
Błąd ustalony	8–10%	<1%
Zapas fazy	50°	43–45°
Czas ustalania odpowiedzi	1.5 s	1.8 s

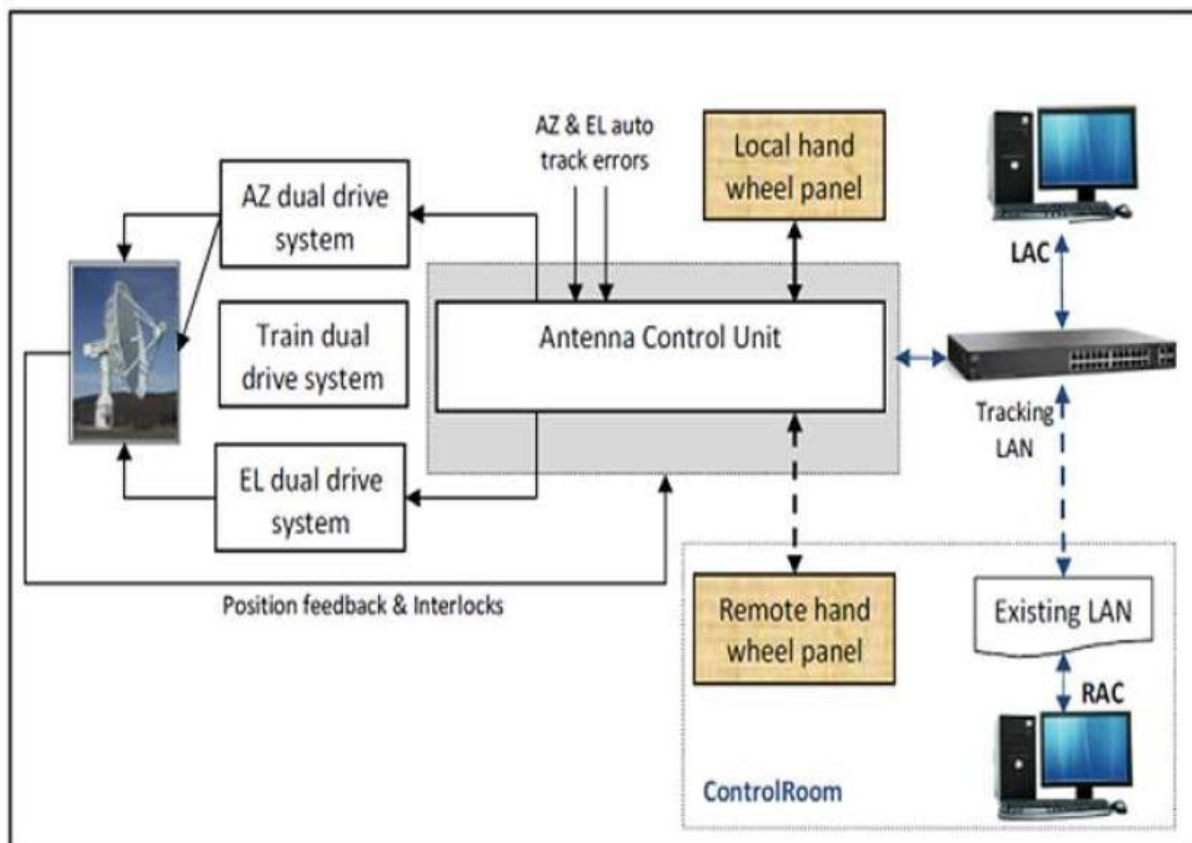
Znaczenie praktyczne

W rzeczywistym systemie śledzenia satelitów możemy zapewnić:

- dokładniejsze utrzymywanie kierunku anteny,
- mniej utraconych danych,
- wyższą jakość komunikacji,
- mniejsze zużycie napędów.

Takie rozwiązania są stosowane m.in. w:

- systemach komunikacji satelitarnej NASA,
- stacjach naziemnych ESA,
- systemach śledzenia satelitów meteorologicznych,
- radarach lotniczych,
- układach pozycjonowania teleskopów astronomicznych.



Podsumowanie

W rzeczywistych zastosowaniach przemysłowych często ważniejsze jest: „dotrzeć dokładnie do celu niż dotrzeć bardzo szybko”.

W systemach satelitarnych błąd położenia rzędu $0,1^\circ$ może oznaczać utratę sygnału, dlatego kompensator „lag” jest stosowany do poprawy precyzji bez konieczności kosztownej wymiany układu mechanicznych lub czujników.

Należy zaznaczyć, że podane wartości liczbowe stanowią reprezentatywny przykład dydaktyczny oparty na klasycznych metodach projektowania bazujących na przeglądzie stanu wiedzy. Wartości konkretnych parametrów mogą różnić się w zależności od specyfikacji technicznej układu rzeczywistego.

Projekt kompensatora typu „LAG” dla systemu pozycjonowania anteny satelitarnej w oprogramowaniu Matlab

Kod MATLAB projektu kompensatora „lag” metodą charakterystyk Bodego dla systemu pozycjonowania anteny satelitarnej obejmuje m.in.:

- definicję modelu obiektu,
- analizę układu bez kompensacji,
- projekt kompensatora typu „lag”,
- charakterystyki Bodego, badanie zapasów stabilności,
- generowanie odpowiedzi skokowych, analizę wybranych parametrów dynamicznych,
- uruchomienie nakładki „Sisotool”.



Kod MATLAB projektu kompensatora „lag” do systemu pozycjonowania anteny satelitarnej:

```
clear
clc
close all

%% Definicja operatora Laplace'a

s=tf('s');

%% Model obiektu

G=10/(s*(s+2));

disp('Transmitancja obiektu:')
G

%% Charakterystyka Bodego bez kompensacji

figure
margin(G)
grid on
title('Charakterystyka Bodego - bez kompensacji')

%% Parametry stabilności

[Gm1,Pm1,Wcg1,Wcp1]=margin(G);

fprintf('\nUKŁAD BEZ KOMPENSACJI:\n')
fprintf('Margines fazy = %.2f stopni\n',Pm1)
fprintf('Czestotliwosc graniczna = %.2f rad/s\n',Wcp1)

%% Odpowiedź skokowa bez kompensacji

figure
step(feedback(G,1))
grid on
title('Odpowiedź skokowa bez kompensacji')

info1=stepinfo(feedback(G,1));

fprintf('\nParametry odpowiedzi skokowej:\n')
fprintf('Czas ustalania = %.3f s\n',info1.SettlingTime)
```

```
fprintf('Przeregulowanie = %.2f %%\n',info1.Overshoot)
```

```
%% Projekt kompensatora lag
```

```
% Parametry projektowe
```

```
beta=10;
```

```
T=1;
```

```
Gc=(s+1/T)/( s+1/ beta/T);
```

```
disp('Transmitancja kompensatora:')
```

```
Gc
```

```
%% Układ po kompensacji
```

```
Gkomp=Gc*G;
```

```
%% Charakterystyka Bodego po kompensacji
```

```
figure
```

```
margin(Gkomp)
```

```
grid on
```

```
title('Charakterystyka Bodego - kompensator lag')
```

```
%% Marginesy stabilności po kompensacji
```

```
[Gm2,Pm2,Wcg2,Wcp2]=margin(Gkomp);
```

```
fprintf('\nUKŁAD Z KOMPENSATOREM LAG:\n')
```

```
fprintf('Margines fazy = %.2f stopni\n',Pm2)
```

```
fprintf('Czestotliwosc graniczna = %.2f rad/s\n',Wcp2)
```

```
%% Odpowiedź skokowa
```

```
figure
```

```
step(feedback(G,1))
```

```
hold on
```

```
step(feedback(Gkomp,1))
```

```
legend('Bez kompensacji','Kompensator lag')
```

grid on

title('Porównanie odpowiedzi skokowych')

%% Parametry odpowiedzi

info2=stepinfo(feedback(Gkomp,1));

fprintf('\nPARAMETRY PO KOMPENSACJI:\n')

*fprintf('Czas ustalania = %.3f s\n', ...
info2.SettlingTime)*

*fprintf('Przeregulowanie = %.2f %%\n', ...
info2.Overshoot)*

%% Błąd ustalony dla wymuszenia rampowego

*Kv1=dcgain(s*G);*

*Kv2=dcgain(s*Gkomp);*

ess1=1/Kv1;

ess2=1/Kv2;

fprintf('\nBLAD USTALONY:\n')

fprintf('Bez kompensacji = %.4f\n',ess1)

fprintf('Po kompensacji = %.4f\n',ess2)

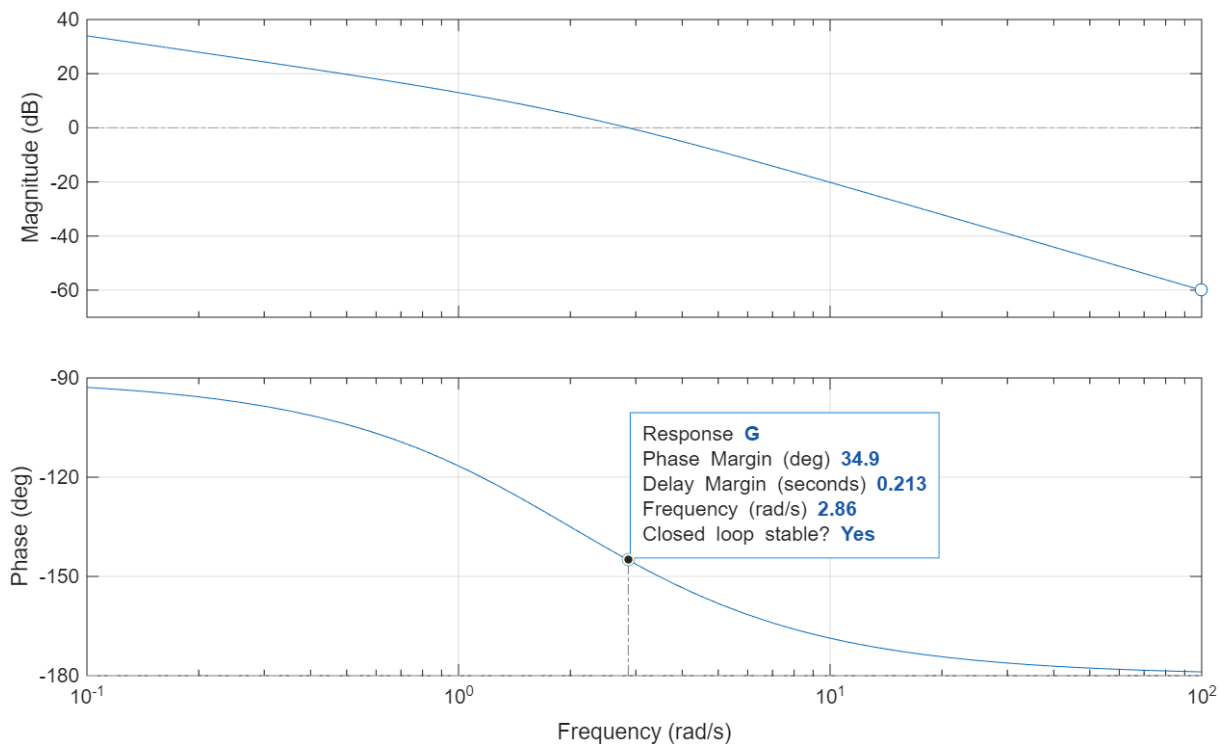
%% Otwarcie Sisotool

sisotool(G)

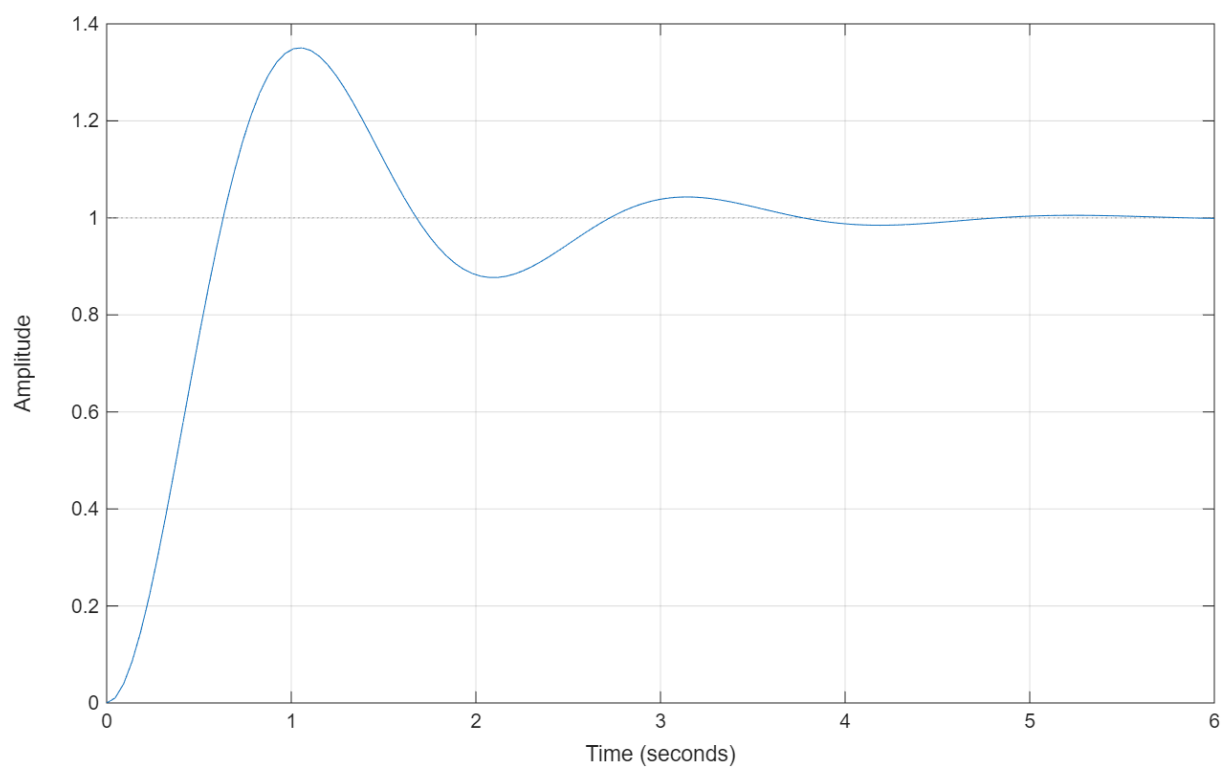
Uzyskane wyniki

Charakterystyka Bodego - bez kompensacji

Gm = Inf, Pm = 34.9 deg (at 2.86 rad/s)

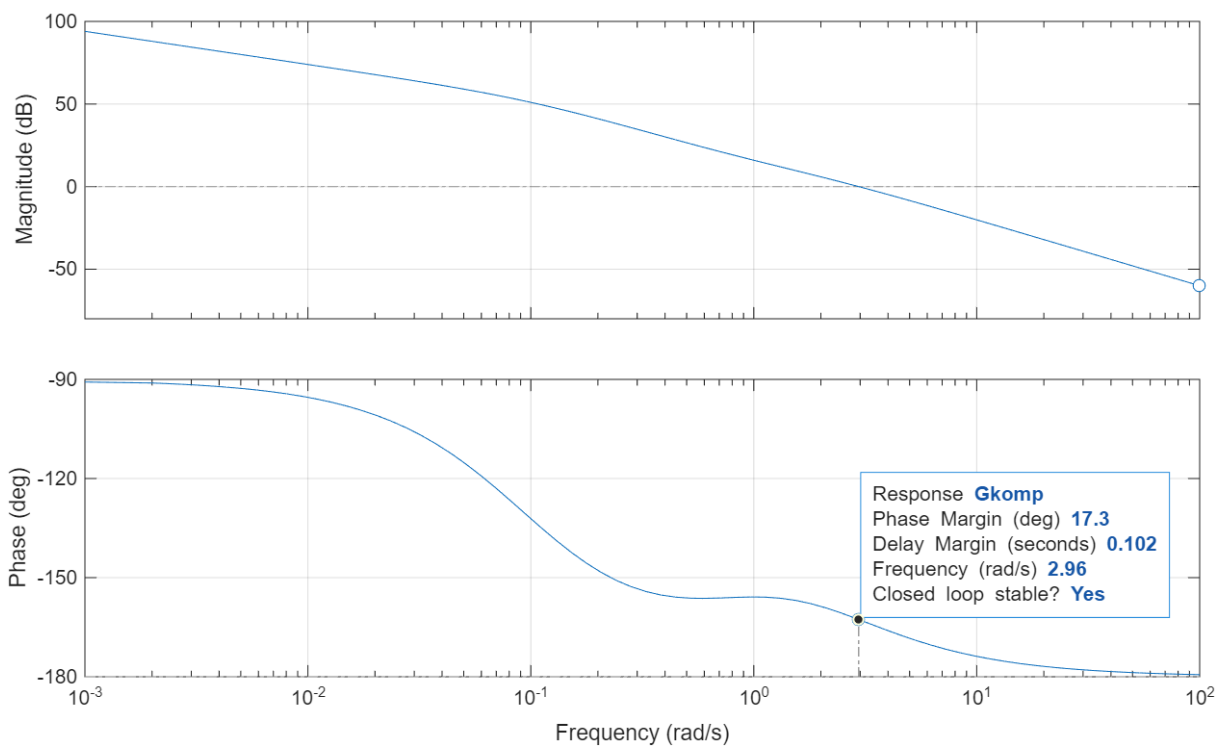


Odpowiedź skokowa bez kompensacji

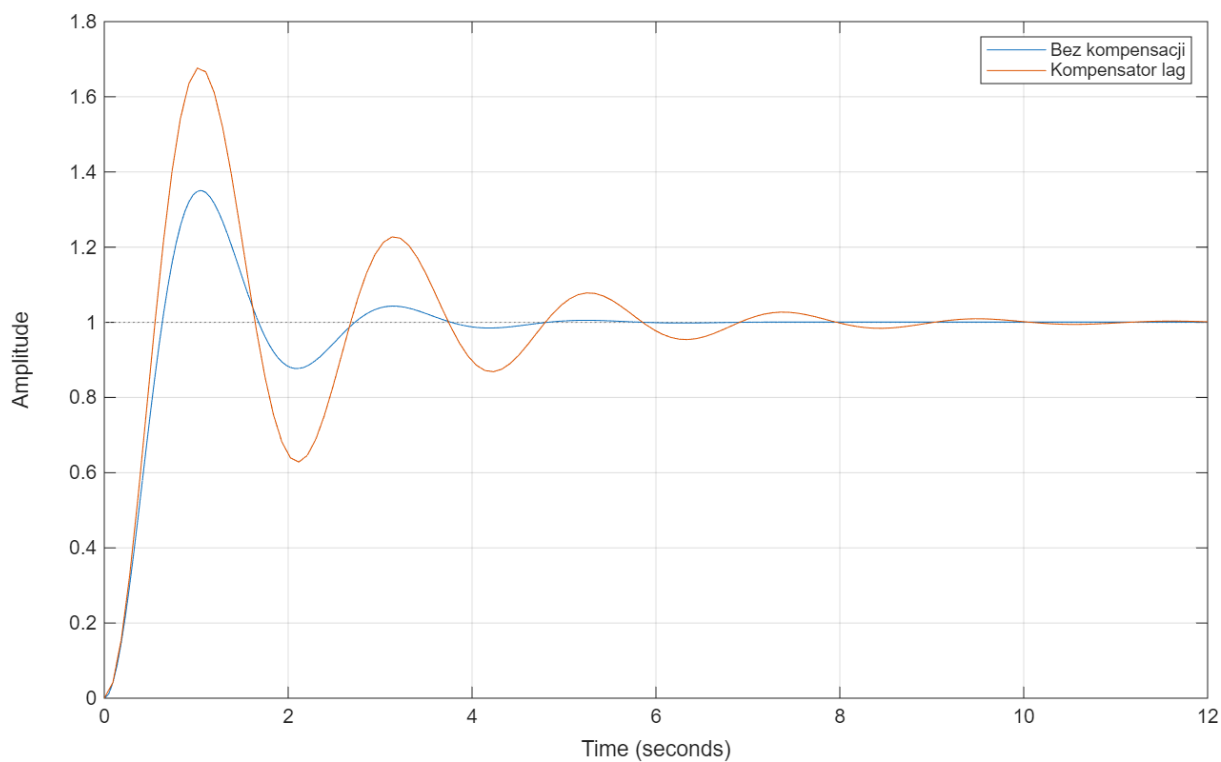


Charakterystyka Bodego - kompensator lag

Gm = Inf, Pm = 17.3 deg (at 2.96 rad/s)



Porównanie odpowiedzi skokowych



Wskaźnik jakości regulacji	Układ bez kompensacji	Układ z kompensatorem „lag”
Zapas fazy	$\approx 35^\circ$	$\approx 17^\circ$ (warto zwiększyć)
Czas ustalania odpowiedzi	≈ 3 s	≈ 7 s (należy zmniejszyć)
Błąd ustalony	≈ 0.20	≈ 0.02 (ok)
Przeregulowanie	35.07 %	67.63 % (należy zmniejszyć)

Konfiguracja nakładki „Sisotool”

Po uruchomieniu:

sisotool(G)

„Compensator Editor”:

Dodaj:

„Lag”

Wprowadź:

Zero:

−1

Biegun:

−0.1

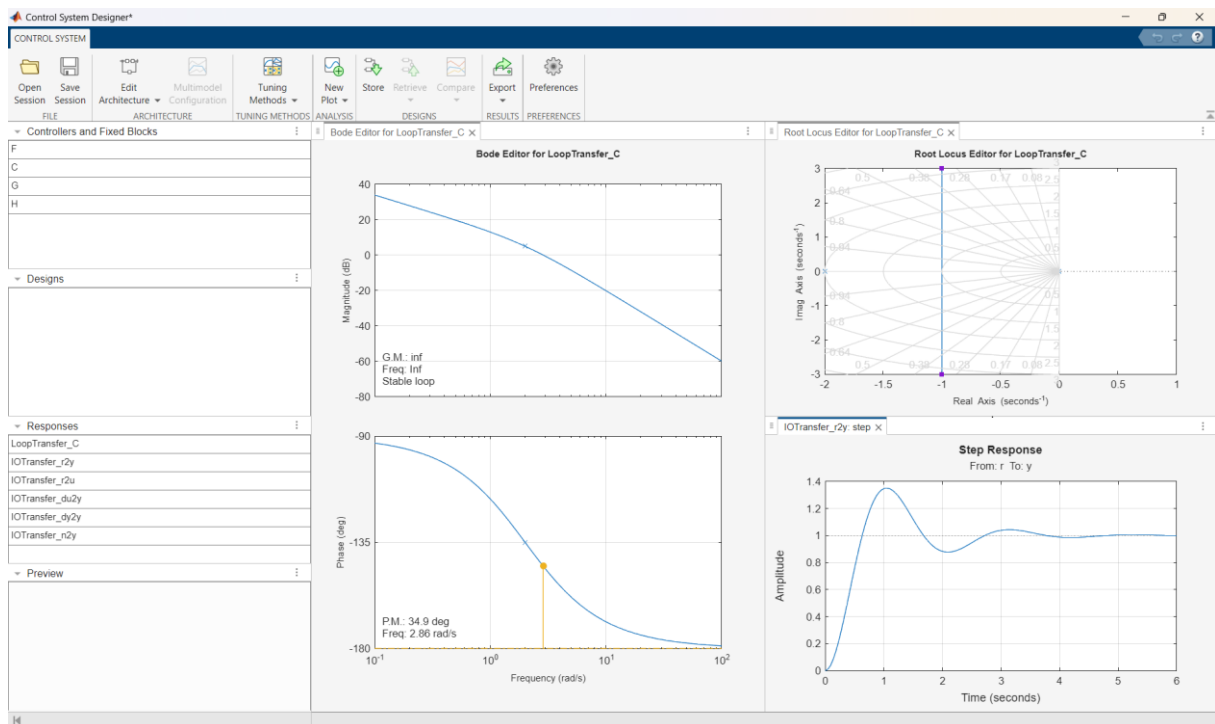
co odpowiada:

$$G_c(s) = \frac{s + 1}{10s + 1}$$

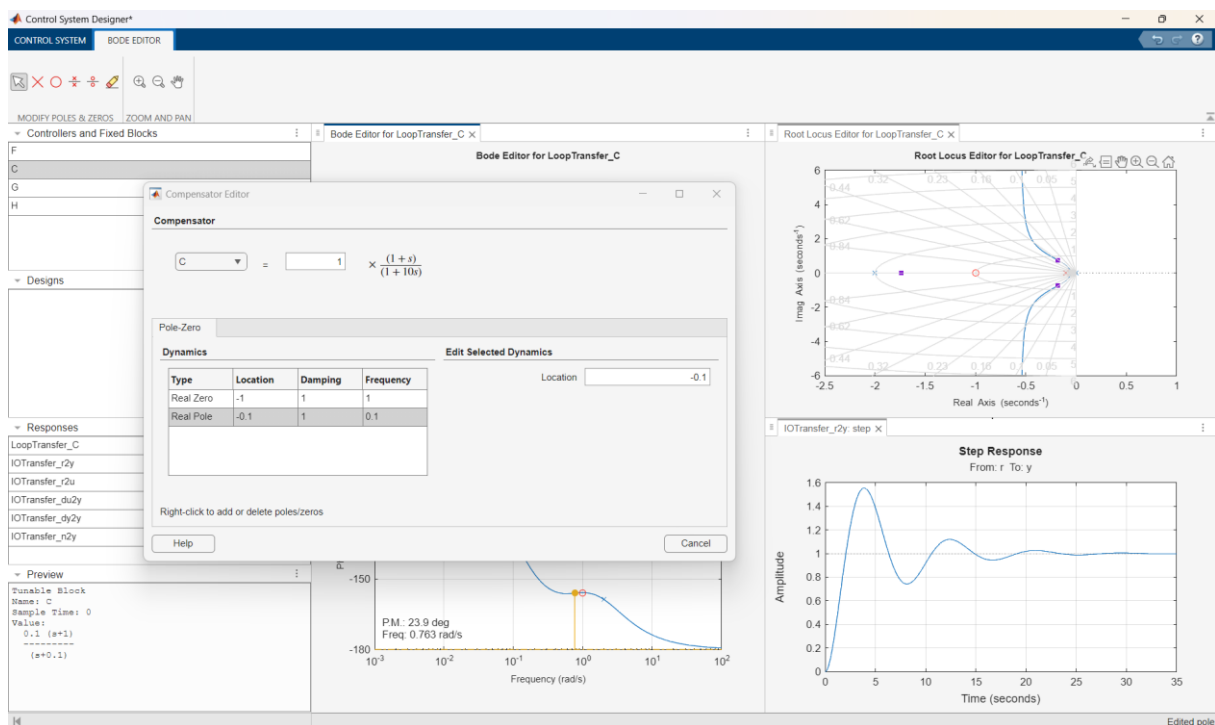
W nakładce „Sisotool” można następnie obserwować m.in.:

- zmianę charakterystyki Bodego,
- zmianę błędu ustalonego,
- odpowiedź skokową,
- położenia biegunów,
- zapas fazy oraz zapas modułu.

Układ przed kompensacją



Układ po kompensacji



Kolejna iteracja

Projektujemy nowy kompensator typu „Lag” - wprowadzamy nowe położenia zera i bieguna kompensatora, **żeby poprawić własności układu**. Przyjmujemy odpowiednią wartość parametru β w celu ok. 10-krotnego zmniejszenia uchybu e_{ss} :

$$\beta = 10$$

Przyjmujemy wartość stałej czasowej, żeby zero i biegun kompensatora „LAG” leżały blisko siebie oraz blisko początku układu współrzędnych, natomiast daleko od biegunów dominujących, determinujących pożądane własności układu (wówczas kompensator „LAG” wprowadza mały kąt, dzięki czemu nie pogarszamy znacząco wskaźników jakości w dziedzinie czasu np. przeregulowania, czy czasu regulacji odpowiedzi):

$$T = 10$$

Zero kompensatora wprowadzamy bliżej początku układu współrzędnych:

$$-0.1$$

Biegun kompensatora wprowadzamy, żeby zapewnić wymaganą dokładność statyczną:

$$-0.01$$

Transmitancja operatorowa kompensatora:

$$G_c(s) = K \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}$$

Kod MATLAB projektu kompensatora „lag” do systemu pozycjonowania anteny satelitarnej (2 iteracja):

```
clear
clc
close all

%% Definicja operatora Laplace'a

s=tf('s');

%% Model obiektu

G=10/(s*(s+2));

disp('Transmitancja obiektu:')
G

%% Charakterystyka Bodego bez kompensacji

figure
margin(G)
grid on
title('Charakterystyka Bodego - bez kompensacji')

%% Parametry stabilności

[Gm1,Pm1,Wcg1,Wcp1]=margin(G);

fprintf('\nUKŁAD BEZ KOMPENSACJI:\n')
fprintf('Margines fazy = %.2f stopni\n',Pm1)
fprintf('Czestotliwosc graniczna = %.2f rad/s\n',Wcp1)

%% Odpowiedź skokowa bez kompensacji

figure
step(feedback(G,1))
grid on
title('Odpowiedź skokowa bez kompensacji')

info1=stepinfo(feedback(G,1));

fprintf('\nParametry odpowiedzi skokowej:\n')
fprintf('Czas ustalania = %.3f s\n',info1.SettlingTime)
```

```
fprintf('Przeregulowanie = %.2f %%\n',info1.Overshoot)
```

```
%% Projekt kompensatora lag
```

```
% Parametry projektowe
```

```
beta=10;
```

```
T=10;
```

```
Gc=(s+(1/T))/(s+(1/beta/T));
```

```
disp('Transmitancja kompensatora:')
```

```
Gc
```

```
%% Układ po kompensacji
```

```
Gkomp=Gc*G;
```

```
%% Charakterystyka Bodego po kompensacji
```

```
figure
```

```
margin(Gkomp)
```

```
grid on
```

```
title('Charakterystyka Bodego - kompensator lag')
```

```
%% Marginesy stabilności po kompensacji
```

```
[Gm2,Pm2,Wcg2,Wcp2]=margin(Gkomp);
```

```
fprintf('\nUKŁAD Z KOMPENSATOREM LAG:\n')
```

```
fprintf('Margines fazy = %.2f stopni\n',Pm2)
```

```
fprintf('Czestotliwosc graniczna = %.2f rad/s\n',Wcp2)
```

```
%% Odpowiedź skokowa
```

```
figure
```

```
step(feedback(G,1))
```

```
hold on
```

```
step(feedback(Gkomp,1))
```

```
legend('Bez kompensacji','Kompensator lag')
```

grid on

title('Porównanie odpowiedzi skokowych')

%% Parametry odpowiedzi

info2=stepinfo(feedback(Gkomp,1));

fprintf('\nPARAMETRY PO KOMPENSACJI:\n')

*fprintf('Czas ustalania = %.3f s\n', ...
info2.SettlingTime)*

*fprintf('Przeregulowanie = %.2f %%\n', ...
info2.Overshoot)*

%% Błąd ustalony dla wymuszenia rampowego

*Kv1=dcgain(s*G);*

*Kv2=dcgain(s*Gkomp);*

ess1=1/Kv1;

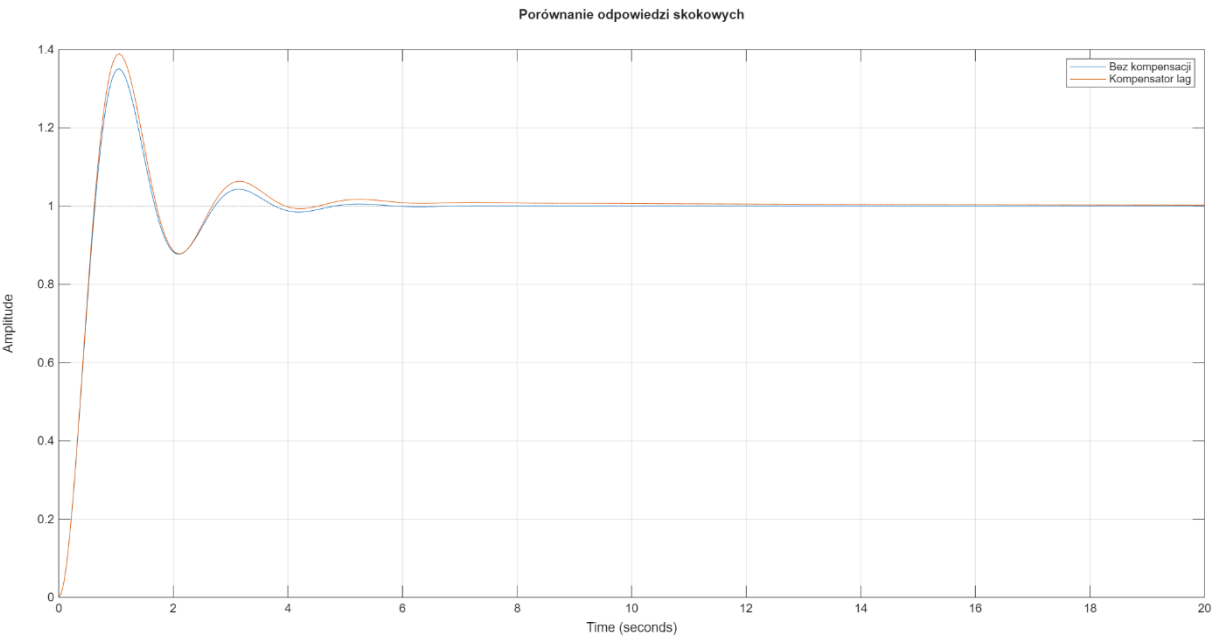
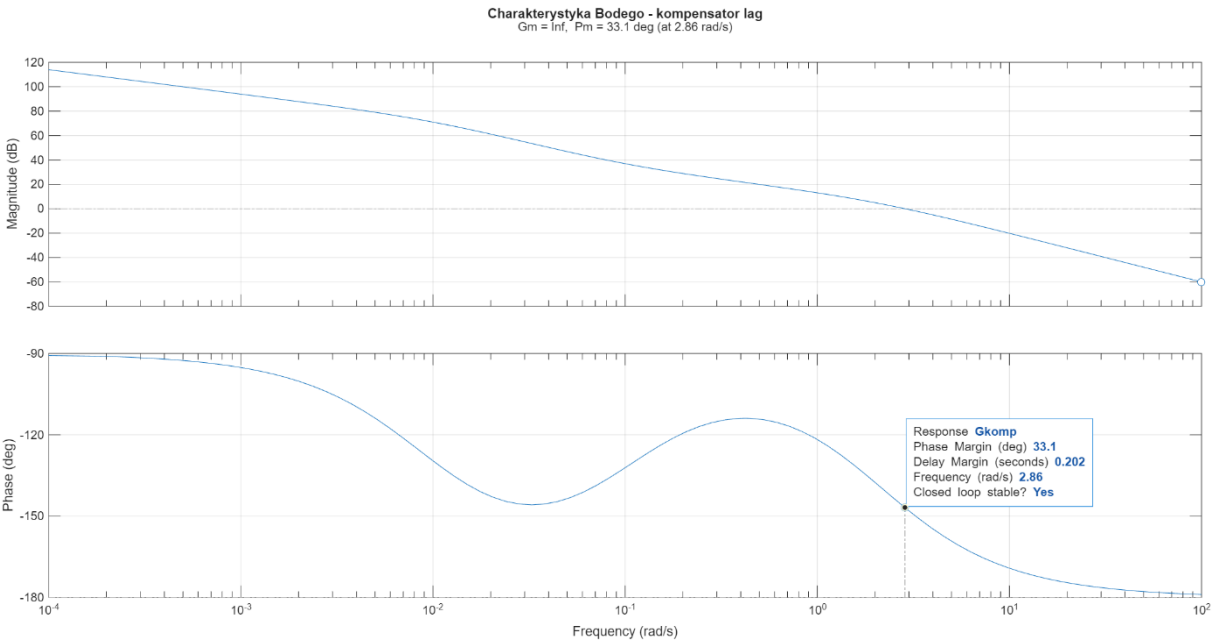
ess2=1/Kv2;

fprintf('\nBLAD USTALONY:\n')

fprintf('Bez kompensacji = %.4f\n',ess1)

fprintf('Po kompensacji = %.4f\n',ess2)

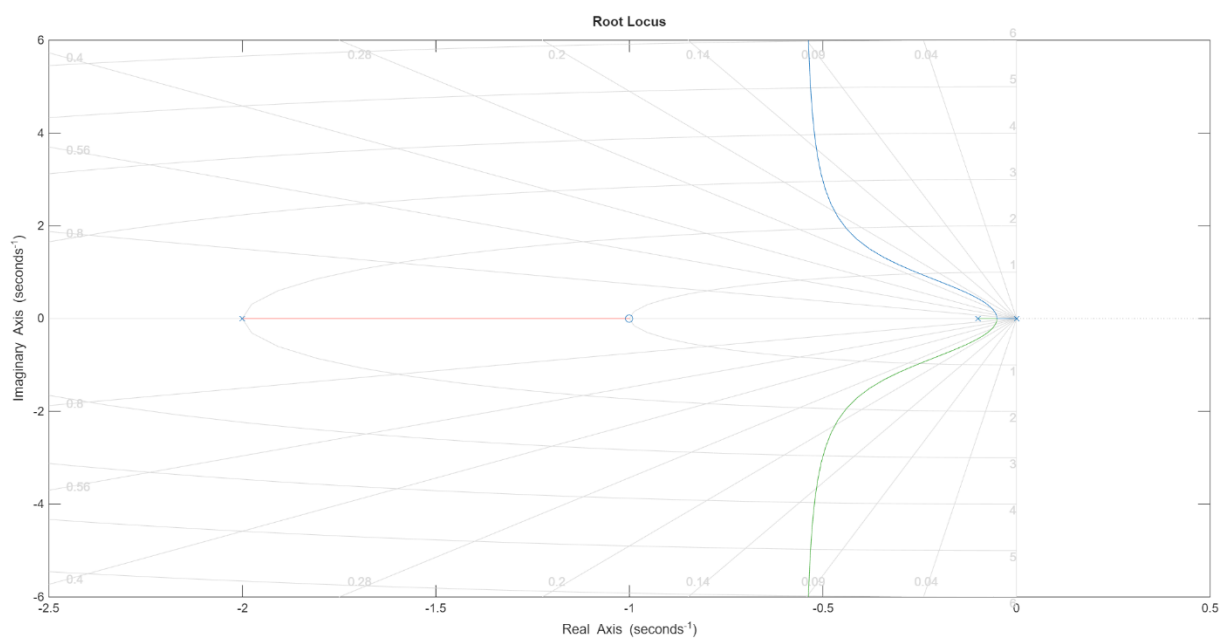
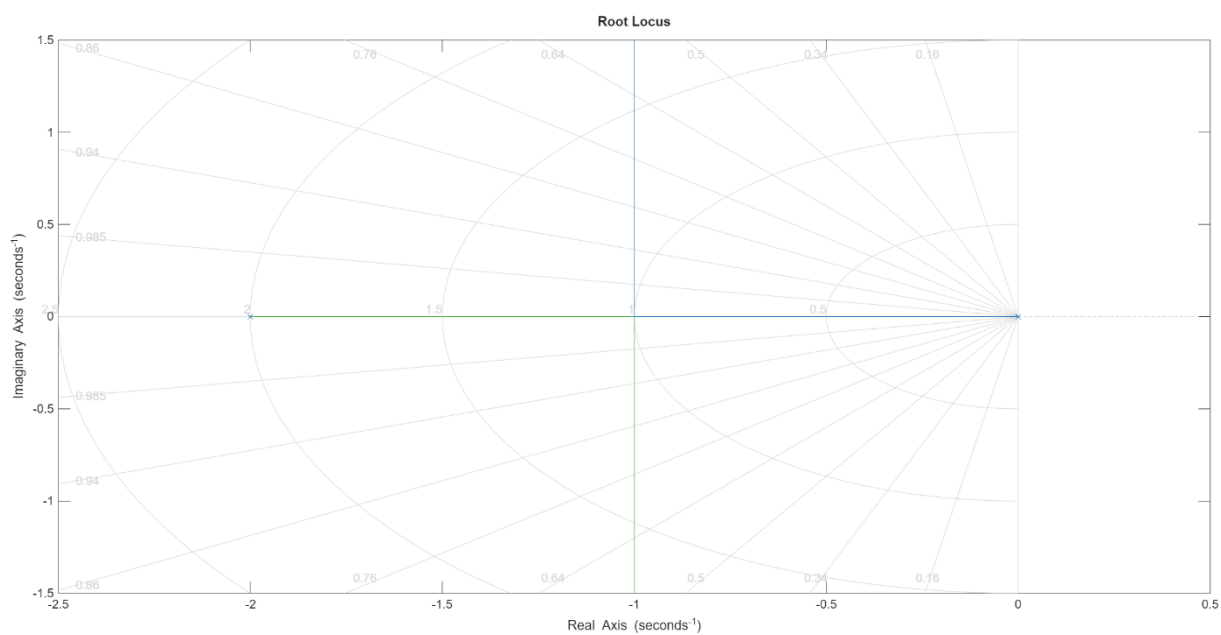
Układ po kompensacji



Porównanie wyników

Wskaźnik jakości regulacji	Układ bez kompensacji	Układ z kompensatorem „lag”
Zapas fazy	$\approx 35^\circ$	$> 30^\circ$ (ok)
Czas ustalania odpowiedzi	≈ 3 s	≈ 4 s (można zmniejszyć)
Błąd ustalony	≈ 0.20	≈ 0.02 (ok)
Przeregulowanie	35.07 %	38.91 % (można zmniejszyć)

Linie pierwiastkowe układu przed oraz po kompensacji



Spis piśmiennictwa

1. *Modern Control Engineering*, Ogata K., Pearson Education, Upper Saddle River, NJ, 2010.
2. *Feedback Control of Dynamic Systems*, Franklin G.F., Powell J.D., Emami-Naeini A., Pearson, Boston, 2015.
3. *Control Systems Engineering*, Nise N.S., Wiley, Hoboken, NJ, 2019.
4. *Modern Control Systems*, Dorf R.C., Bishop R.H., Pearson, 2016.
5. *Automatic Control Systems*, Kuo B.C., Golnaraghi F., Wiley, New York, 2014.
6. *Control System Design*, Åström K.J., Murray R.M., Princeton University Press, 2008.
7. Phillips C.L., Harbor R.D., *Feedback Control Systems*, Pearson Education, 2000.
8. Skogestad S., Postlethwaite I., *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, Wiley, 2005.
9. Chen C.T., *Linear System Theory and Design*, Oxford University Press, 1999.
10. Kailath T., *Linear Systems*, Prentice Hall, 1980.
11. Åström K.J., Hägglund T., *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, ISA, 2006.
12. [MATLAB Control System Toolbox Documentation](#) — dokumentacja funkcji *tf*, *margin*, *step*, *stepinfo*, *feedback*.
13. MATLAB SISO Design Tool Documentation — dokumentacja projektowania regulatorów i kompensatorów metodą Bodego i miejsc pierwiastkowych.
14. Åström K.J., Murray R.M., „*Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*”, Princeton University Press, 2021.
15. Franklin G.F., Powell J.D., Workman M., *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, 1998.